REGERINGSKANSLIET

Promemoria

2016-04-11

Finansdepartementet

Ekonomiska avdelningen

Teknisk beskrivning av den makroekonomiska modellen MIMER

Innehåll

MIMER[1] är en makroekonomisk simuleringsmodell över svensk ekonomi som tar sin utgångspunkt i ekonomisk teori. Nedan följer en teknisk beskrivning av modellen samt kalibreringsvärden av de parametrar som används i modellen.

1 En teknisk beskrivning av MIMER

MIMER består av fem sektorer: Hushåll, företag, den offentliga sektorn, premiepensionssystemet samt utlandet. Hushållen och företagen antas i MIMER agera optimalt och rationellt utifrån en given målfunktion samt några restriktioner. Den offentliga sektorn och premiepensionssystemet är däremot exogent modellerat utifrån dagens finanspolitik och regelverk. Sverige är en liten öppen ekonomi och det antas därför att räntor är exogent givna från utlandet. Eventuella obalanser som på grund av detta kan uppstå mellan utbud och efterfrågan av de varor som produceras i Sverige antas hamna i utlandssektorn.

Nedan beskrivs varje enskild sektor i detalj. Men först beskrivs de demografiska antaganden som görs.

1.1 Demografi

I modellen föds, dör, emigrerar och immigrerar ett antal individer varje år. Antalet individer av ett visst kön k som i slutet av period t är i år anges av N_{tik}. Inom varje generation är individerna identiska, och de möts av en exogent given sannolikhet $(1 - s_{tik})$ att dö under period t. Den obetingade sannolikheten π_{tik} att överleva till åldern i är

$$\pi_{tik} = \prod_{j=1}^{i} s_{tjk} \tag{1.1}$$

Andelen immigrerade kvinnor och män i åldern i relativt befolkningsmängden i åldersgruppen i ges av im_{tik} och andelen av befolkningen som emigrerar ges av em_{tik}. Tillsammans med den andel $(1 - s_{tik})$ som dör får vi tillväxten av individer n_{tik} i en viss ålder per år och kön,

$$n_{tik} = im_{tik} - em_{tik} - (1 - s_{tik}), i \geq 1 \tag{1.2}$$

Detta betyder att $N_{tik} = n_{tik} N_{t-1,i-1,k}, i \geq 1$.[2] Personer av kön k som är noll år ges av

$$N_{t0k} = \sum_{0}^{106} Born_{tik} + immi_{t0k} + emmi_{t0k} \tag{1.3}$$

[1] Modell för Intergenerationella MakroEkonomiska Räkenskaper
[2] Notera att sambandet inte gäller för nyfödda, $i=0$. Se ekvation (1.3).

där $Born_{tik}$ är antalet barn av kön k som föds av en i år gammal kvinna under period t. Variablerna $immi_{t0k}$ och $emmi_{t0k}$ är antalet immigrerade respektive emigrerade nollåringar. Vid 106 års ålder antas det att individen dör med sannolikheten 1, dvs. att de som inte dött innan de fyller 106 antas dö det året. Det totala antalet individer N_t i ekonomin i slutet av en period ges därför av[3]

$$N_t = N_{t1} + N_{t2} = \sum_{i=0}^{106} N_{ti1} + \sum_{i=0}^{106} N_{ti2} \tag{1.4}$$

1.2 Hushållssektorn

Individerna är rationella och framåtblickande. Män och kvinnor antas lösa sina maximeringsproblem oberoende av varandra. Maximeringsproblemen är dock samma för båda könen och därför beskrivs maximeringsproblemet nedan utan ett index för kön. Individer födda år j etableras (föds ekonomiskt) vid $i = 15$ års ålder.[4] Då väljer individerna konsumtion c_i^j, arbetstid l_i^j, sparande a_i^j, och storleken på lämnat arv b_i^j över livscykeln genom att maximera sin totala diskonterade nytta. En individ antas maximera (1.5) under restriktionerna (1.6)-(1.12).[5]

$$\max_{\{c_i^j, a_i^j, b_i^j, l_i^j\}_{i=15}^{106}} \sum_{i=15}^{106} \beta^{i-15} \frac{\pi_{i-1}}{\pi_{14}} \left[s_i U_i\left(c_i^j, 1 - edu_i - l_i^j\right) + (1 - s_i) V_i\left(b_i^j\right) \right] \tag{1.5}$$

där β är den individuella diskonteringsfaktorn. Med sannolikheten $\frac{\pi_{i-1}}{\pi_{14}} s_i$ överlever individen till åldern i och får då nyttan $U_i(\cdot)$. Med sannolikheten $\frac{\pi_{i-1}}{\pi_{14}}(1 - s_i)$ dör individen i stället i år gammal och får då en viss nytta, $V_i(\cdot)$, av att lämna arv. Variabeln edu_i är en exogen variabel som anger andelen av individens tillgängliga tid som används till utbildning vid åldern i.

Nyttofunktionen för en överlevande person ges av

$$U_i\left(c_i^j, 1 - l_i^j\right) = h_i \, ln\left(c_i^j\right) + \psi \frac{\left(1 - l_i^j\right)^{1-\omega}}{1 - \omega} \tag{1.6}$$

där ψ anger vikten på fritid relativt till konsumtion och ω bestämmer marginalnyttan av fritid. Variabeln h_i består av två komponenter $h_i = hushållsekvivalenter_i \cdot hälsoindex_i$. Komponenten $hälsoindex_i$

---

[3] Notera att $N_{106,k} = 0$.

[4] Individen tar inte emot transfereringar innan 15 års ålder. Det antas i stället att dessa utbetalas till individer över 15 år.

[5] Indexet t för tid är här borttaget ur ekvationerna för att öka läsarvänligheten. Individen maximerar givet de variabelvärden som gäller vid den tidpunkt hon är i år gammal. Till exempel kan s_i även skrivas som $s_{i,t+i}$.

är ett exogent hälsoindex som fångar hälsostatus över livscykeln och innebär att hälsa och konsumtion är komplementära varor.[6] Domeij och Johannesson (2006) modellerar hälsa och konsumtion som komplementära varor på detta sätt och visar att detta fångar konsumtionsmönstret i Sverige över livscykeln bättre jämfört med en modell utan hälsa. Komponenten $hushållsekvivalenter_i$ är ett index som fångar hushållens storlek och fångar att benägenheten att konsumera ökar i hushåll med flera barn (Kotlikoff m.fl., 2007).

Nyttofunktionen för en person som inte överlever ges av

$$V_i\left(b_i^j\right) = \phi \ln\left(b_i^j\right) \tag{1.7}$$

där ϕ anger vikten på arv relativt till konsumtion.

Det antas att individerna går i pension vid åldern $Rage$. Restriktionerna för en individ innan pensionering, $i < Rage$, är

$$\begin{aligned}(1+\tau^{cp})c_i^j + a_i^j & \\ &\leq \left(1 + r(1-\tau^a)\right)a_{i-1}^j \\ &+ we_i l_i^j (1 - \tau^l - \tau^{dc} - \tau^{ndc}) + tr_i^{j,nt} \\ &+ tr^{j,t}(1-\tau^t) + beq_i^j\end{aligned} \tag{1.8}$$

$$b_i^j \leq \left(1 + r(1-\tau^a)\right)a_i^j \tag{1.9}$$

$$0 \leq l_i^j \leq 1 - edu_i \tag{1.10}$$

$$a_i^j \geq 0 \tag{1.11}$$

där r är avkastningen på kapital, e_i är individens produktivitet vid åldern i, w är livscykelsproduktivitetsjusterad lön, $tr_i^{j,nt}$ och $tr_i^{j,t}$ är obeskattade respektive beskattade transfereringar från offentlig sektor och beq_i^j är mottagna arv. Parametrarna τ^{cp}, τ^a, τ^l och τ^t är skattesatser på privat konsumtion, kapitalvinster, arbete respektive transfereringar. Skattesatserna τ^{dc} och τ^{ndc} är den andel av lönen som betalas in till ålderspensionssystemet respektive premiepensionssystemet.

För en pensionär, $i \geq Rage$, är restriktionerna i stället

$$\begin{aligned}(1+\tau^{cp})c_i^j + a_i^j & \\ &\leq \left(1 + r(1-\tau^a)\right)a_{i-1}^j + tr_i^{j,nt} + (1-\tau^t)tr^{j,t} \\ &+ beq_i^j + p_i^j(l^h)(1-\tau^p)\end{aligned} \tag{1.12}$$

[6] Detta innebär att sämre hälsa betyder att nyttan av konsumtion minskar.

$$b_i^j \leq \left(1 + r(1 - \tau^a)\right)a_i^j \tag{1.13}$$

$$a_i^j \geq 0 \tag{1.14}$$

där $p_i^j(l^h)$ är utbetalda pensioner och τ^p är skattesatsen på utbetalda pensioner. Notera att pensionsutbetalningar är en funktion av antalet arbetade timmar under arbetslivet, $l^h = \{l_{15}^j, \dots, l_{Rage-2}^j, l_{Rage-1}^j\}$. Denna specifikation innebär också att det antas att pensionärer inte arbetar.

Utbetalda pensioner kan delas upp i premiepension (PPM) $p_i^{j,dc}(\cdot)$ och ålderspension $p_i^{j,ndc}(\cdot)$ så att

$$p_i^j(l^h) = p_i^{j,dc}(l^h) + p_i^{j,ndc}(l^h) \tag{1.15}$$

Hushållens transfereringar ett givet år kan delas upp i icke-åldersspecifika nettotransfereringar $TsFix^{j,x}$ samt åldersspecifika nettotransfereringar $TsAgeDep_i^{j,x}$ så att

$$tr_i^{j,x} = TsFix^{j,x} + TsAgeDep_i^{j,x}, x \in \{t, tn\} \tag{1.16}$$

där indexet $x = t$ innebär att transfereringen beskattas, medan $x = nt$ innebär att transfereringen inte beskattas.

Det antas att immigranter i alla avseenden är identiska med svenskfödda av samma kön och ålder. Detta innebär exempelvis att de har samma produktivitet, tillgångar och pensionsbehållningar. På ett liknande sätt antas det att emigranter tar med sig sina tillgångar och pensionsbehållningar till utlandet.

1.3 Produktionssektorn

Produktionssektorn består sammanlagt av tre delsektorer, där en sektor, intermediärvarusektorn, producerar insatsvaror som används i de två övriga sektorerna, den privata konsumtionsvarusektorn och den offentliga konsumtionsvarusektorn.

1.3.1 Intermediärvarusektorn

Intermediärvarusektorns produktion ges av $Y_t = K_{t-1}^{\alpha} L_t^{1-\alpha}$. Det representativa företaget tar priser för givna och maximerar vinsten efter skatt och efter avkastning till kapitalägare. Det antas att företagen betalar en skatt, τ^Y, på den vinst de gör *innan* kapitalägarna fått avkastning på kapital, rK_{t-1} (Barro och Sala-i-Martin, 2004). Detta innebär att kapitalskatten påverkar företagens allokering mellan kapital och arbete. Företagen maximerar följande vinstfunktion:

$$\max_{\{K_s,L_s\}_{s=t}^{\infty}} \sum_{s=t}^{\infty}\left(\frac{1}{1+r}\right)^{s-t}\left((1-\tau^Y)\Pi_s - rK_{s-1}\right) \tag{1.17}$$

där $\Pi_s = P_sY_s(1+IsFix^g) - w_sL_s - \delta K_{s-1} - H(K_{s-1},K_{s-2})$, δ är deprecieringstakten på kapital, $IsFix^g$ är den fasta andel av total output som offentliga sektorn investerar, företagens lönekostnader ges av w_sL_s och det totala produktivitetsjusterade arbetsutbudet L_t vid tidpunkt t är

$$L_t = L_{t1} + L_{t2} = \sum_{k=1}^{2}\sum_{i=0}^{106}(N_{tik}l_{tik}e_{ik}) \tag{1.18}$$

Notera att företagens optimeringsproblem är ett intertemporalt problem som beror på förväntningar om den framtida utvecklingen. Anledningen är att det antas att företagen betalar en kostnad, $H(\cdot)$, för att justera kapitalet. Företagen måste därför beakta framtida kapitalbehov när de bestämmer dagens investeringar. Kapitaljusteringskostnaden definieras enligt Domeij och Flodén (2006) som

$$H(K_{t-1},K_{t-2}) = \frac{\varepsilon}{\eta}\left(\frac{K_{t-1}}{K_{t-2}} - (1-\delta)\right)^{\eta} K_{t-2} \tag{1.19}$$

Kapitaljusteringskostnaderna innebär att eventuella justeringar av kapitalet sker gradvist. Dessutom innebär det att lönen inte uteslutande ökar i takt med produktiviteten, men även är en funktion av kapitalbildningen.[7]

Investeringarna I_t ges av

$$I_t = K_t - (1-\delta)K_{t-1} \tag{1.20}$$

1.3.2 Den privata produktionsvarusektorn

Den vinstmaximerande privata produktionsvarusektorn verkar på en marknad med perfekt konkurrens, vilket gör att den kan beskrivas som ett representativt företag. Priset på dess varor är normaliserat till 1, och de har endast intermediärvaror som input. Utöver priset på intermediärvarorna så påverkas dess output av produktiviteten. Dess produktionsfunktion ges av

$$Y_t^p = (z_t^p)^{1-\alpha} X_t^p \tag{1.21}$$

[7] I en liten öppen ekonomi med en exogent givet kapitalmarknad samt en neo-klassisk produktionsfunktion är även lönetillväxten konstant.

där Y_t^p är output, z_t^p styr produktiviteten och X_t^p är mängden insatsvaror som används i produktionen. Vinstmaximeringsproblemet ges av

$$P_t^p Y_t^p - P_t X_t \tag{1.22}$$

där P_t^p anger priset på varan (som normaliseras till 1). Produktiviteten växer enligt

$$z_t^p = (1 + \gamma^p) z_{t-1}^p \tag{1.23}$$

1.3.3 Den offentliga produktionssektorn

Mängden offentlig produktion som ska produceras bestäms politiskt, och därmed exogent. Sektorn kostnadsminimerar sedan givet produktionsfunktionen, som ges av

$$Y_t^g = \left(z_t^g\right)^{1-\alpha} X_t^g \tag{1.24}$$

där Y_t^g är produktionen, z_t^g styr sektorns produktivitet och X_t^g anger mängden insatsvaror som ges vid produktion. Trots att denna sektor inte är konkurrensutsatt och handlas på en marknad, så handlas dess insatsvaror på en marknad. Därmed kan man beräkna relativpriset mellan privat och offentlig produktion, som ges av mängden privata produktionsvaror du får för kostnaden av en offentlig konsumtionsvara. Detta ges av

$$P_t^g = \left(\frac{z_t^p}{z_t^g}\right)^{1-\alpha} \tag{1.25}$$

Slutligen växer produktiviteten produktiviten i sektorn med

$$z_t^g = (1 + \gamma^g) z_{t-1}^g \tag{1.26}$$

fram till år 2100, varefter tillväxten i z_t^g istället är γ^p.

1.4 Den offentliga sektorn

I detta avsnitt beskrivs den offentliga sektorn. Den offentliga sektorn delas upp i två huvudsektorer. Den första är stat- och kommunsektorn och den andra är ålderspensionssystemet. Notera att premiepensionssystemet definitionsmässigt inte ingår i den offentliga sektorn och beskrivs separat i avsnitt 1.5. Inledningsvis beskrivs den konsoliderade offentliga sektorn.

Vissa variabler, t.ex. primärt sparande, förekommer i flera sektorer. För att kunna särskilja variablerna i detta avsnitt används upphöjda index, där g avser stat- och kommunsektorn, ndc avser ålderspensionssystemet och ps avser den konsoliderade offentliga sektorn. Exempelvis anger PB_t^{ndc} det primära finansiella sparandet i ålderspensionssystemet.

1.4.1 Den konsoliderade offentliga sektorn

Den konsoliderade offentliga sektorns intertemporala budgetvillkor definieras som

$$ND_t^{ps} = (1 + r^{ps})ND_{t-1}^{ps} - PB_t^{ps} \tag{1.23}$$

där ND_t^{ps} och PB_t^{ps} anger nettoskulden respektive det primära finansiella sparandet för den konsoliderade offentliga sektorn i år t. Det primära finansiella sparandet beräknas som summan av delsektorernas primära finansiella sparanden $ND_t^{ps} = ND_t^g + ND_t^{ndc}$ liksom det primära finansiella sparandet beräknas som $PB_t^{ps} = PB_t^g + PB_t^{ndc}$. Räntan i den konsoliderade offentliga sektorn samt dess delsektorer uppgår till $r^{ps} = r(1 - \tau^a)$.

Det primära finansiella sparandet i den konsoliderade offentliga sektorn kan även uttryckas som skillnaden mellan delsektorernas primära inkomster och primära utgifter:

$$PB_t^{ps} = \left(Tx_t^g + TRev_t^g + DeltaK_t^g - C_t^g - T_t^g - I_t^g\right) + \left(Tx_t^{ndc} - P_t^{ndc}\right) \tag{1.24}$$

De primära inkomsterna i respektive sektor utgörs av skatteinkomster, Tx_t^g och Tx_t^{ndc}, transfereringar från hushållen $TRev_t^g$ samt kapitalförslitningen i stat- och kommunsektorn $DeltaK_t^g$.[8] De primära utgifterna i stat- och kommunsektorn utgörs av offentlig konsumtion, C_t^g, transfereringar, T_t^g, samt investeringar, I_t^g, medan ålderspensionssystemets primära utgifter utgörs av pensionsutbetalningarna, P_t^{ndc}. I avsnitten 1.4.2 och 1.4.3 förklaras beräkningen av delsektorernas primärbalanser, tillgångar och skulder mer ingående.

Den offentliga sektorns konsoliderade bruttoskuld (Maastrichtskulden), MD_t^{ps}, redovisas i samband med Stabilitets- och konvergensprogrammen som årligen lämnas till EU. Denna beräknas som den konsoliderade offentliga sektorns bruttoskuld minus ålderspensionssystemets tillgångar i svenska statsobligationer AGB_t^{ndc}

$$MD_t^{ps} = D_t^{ps} - AGB_t^{ndc} \tag{1.25}$$

[8] Kapitalförslitningen i den offentliga sektorn återfinns både på inkomstsidan och på utgiftssidan (den redovisas som en del av den offentliga konsumtionen). Den påverkar därför inte det offentliga sparandet, utan inkluderas enbart av redovisningsmässiga skäl.

där $D_t^{ps} = D_t^g + D_t^{ndc}$ är den konsoliderade offentliga sektorns bruttoskuld och beräkningen av delsektorernas bruttoskuld, D_t^g och D_t^{ndc}, samt AGB_t^{ndc} beskrivs i avsnitt 1.4.2 och 1.4.3 nedan. Det ska påpekas att Maastrichtskulden samt dess delkomponenter endast spelar en redovisningsmässig roll i modellen. Den nödvändiga och tillräckliga skuldvariabeln för att lösa modellen är den konsoliderade offentliga sektorns nettoskuld, ND_t^{ps}.

1.4.2 Stat- och kommunsektorn

Stat- och kommunsektorn hanteras gemensamt, och dess intertemporala budgetvillkor ges av

$$ND_t^g = (1 + r^{ps})ND_{t-1}^g - PB_t^g \quad (1.26)$$

där ND_t^g är sektorns nettoskuld vid slutet av år t och $PB_t^g = Tx_t^g - C_t^g - T_t^g - I_t^g$ är sektorns primära sparande år t.

1.4.2.1 Tillgångar och skulder

I syfte att kunna redovisa den konsoliderade offentliga sektorns bruttoskuld måste stat- och kommunsektorns tillgångar och skulder beräknas. För enkelhetens skull antas det att tillgångarna, A_t^g, utgör en fast andel av BNP så länge bruttoskulden är större än noll. Primära överskott används då till att återbetala skulder, i stället för att bygga upp tillgångar. Om bruttoskulden blir noll kommer primära överskott att användas till att bygga upp tillgångar. Detta kan beskrivas med följande ekvationer

$$A_t^g = max\{Y_t AsFix^g, -ND_t^g\} \quad (1.27)$$

$$D_t^g = ND_t^g + A_t^g \quad (1.28)$$

där $AsFix^g$ anger tillgångarnas minsta andel av BNP.

1.4.2.2 Skatteinkomster

Skatteinkomsterna i stat- och kommunsektorn, Tx_t^g, utgörs av skatter på hushållens arbete, konsumtion, kapitalavkastning, pensionsinkomster samt beskattade transfereringsinkomster. Stat- och kommunsektorn erhåller även inkomster från företagens överskott, Π_t. Dessutom beskattas den offentliga konsumtionen. Skatteinkomsterna ges därmed av

$$Tx_t^g = \sum_{k=1}^{2}\sum_{i=0}^{106} N_{tik}(e_{tik}w_t l_{tik}\tau^l + c_{tik}\tau^{cp} + ra_{tik}\tau^a + p_{tik}\tau^p + tr_{tik}^{tax}\tau^t) + \Pi_t\tau^Y + \frac{\tau^{cg}C_t^g}{(1+\tau^{cg})} \tag{1.29}$$

där τ^{cg} är den implicita skattesatsen på den offentliga konsumtionen och övriga skattesatser är definierade tidigare. Den offentliga konsumtionen, C_t^g, definieras här som en utgift som inkluderar skatt på den offentliga konsumtionen $C_t^g = \tilde{C}_t^g(1+\tau^{cg})$, där $\tilde{C}_t^g$ är den offentliga konsumtionen exklusive skatt. Detta innebär att skatten på offentlig konsumtion uppgår till $\tau_t^{cg}\tilde{C}_t^g = \frac{\tau^{cg}C_t^g}{(1+\tau^{cg})}$ som angett i ekvation (1.29).

1.4.2.3 Transfereringar

Transfereringarna, T_t^g, delas upp i icke-åldersspecifika transfereringar, $TFix_t^g$, åldersspecifika transfereringar, $TAgeDep_t^g$, samt transfereringar till utlandet, $TAbr_t^g$. $TFix_t^g$ och $TAgeDep_t^g$ delas dessutom upp i beskattade (med upphöjd index t) och icke-beskattade (med upphöjd index nt) transfereringar. Sektorns totala transfereringar ges därmed av

$$T_t^g = TFix_t^{g,t} + TAgeDep_t^{g,t} + TFix_t^{g,nt} + TAgeDep_t^{g,nt} + TAbr_t^g \tag{1.30}$$

De åldersspecifika transfereringarna bestäms utifrån BNP per capita i simuleringens startår (sy) och skrivs sedan fram med lönetillväxten i ekonomin. De aggregeras upp från individnivå, dvs.

$$TAgeDep_t^{g,x} = y_{sy}\frac{w_t}{w_{sy}}\sum_{k=1}^{2}\sum_{i=0}^{106} TsAgeDep_{tik}^{g,x}N_{tik}\,, x \in \{t, nt\} \tag{1.31}$$

där $TsAgeDep_{tik}^{g,x}$ är de genomsnittliga åldersspecifika transfereringarna som andel av BNP per capita för en individ i åldern i och könet k. Notera att denna specifikation innebär att livscykelprofilen för transfereringar $TsAgeDep_{tik}^{g,x}$ kan variera med tiden.

Icke-åldersspecifika transfereringar ges av

$$TFix_t^{g,x} = y_{sy}\frac{w_t}{w_{sy}}N_t TsFix^{g,x}, x \in \{t, nt\} \tag{1.32}$$

där $TsFix^{g,x}$ anger de genomsnittliga icke-åldersspecifika transfereringarna som andel av BNP per capita. Notera att $TsFix^{g,x}$ antas vara konstant över tiden.

Stat- och kommunsektorn får även transfereringar från hushållen, $TRev_t^g$. Dessa är inte beskattade och anges som en konstant andel, $TsRev_t^g$, av BNP.

$$TRev_t^g = y_t N_t TsRev \tag{1.33}$$

1.4.2.4 *Offentlig konsumtion*

Den offentliga konsumtionen, C_t^g, beräknas som summan av den åldersspecifika konsumtionen $CAgeDep_t^g$, den icke-åldersspecifika konsumtionen $CFix_t^g$ samt kapitalförslitningen i den offentliga sektorn.

$$C_t^g = CAgeDep_t^g + CFix_t^g + DeltaK_t^g \tag{1.34}$$

Den åldersspecifika offentliga konsumtionen beräknas enligt

$$CAgeDep_t^g = y_{sy} \frac{P_t^g}{P_{sy}^g} \sum_{k=1}^{2} \sum_{i=0}^{106} CsAgeDep_{ik}^g N_{tik} \tag{1.35}$$

där $CsAgeDep_{ik}^g$ är den genomsnittliga offentliga konsumtionen per individ vid åldern i och av kön k uttryckt som andel av BNP per capita. Konsumtionen är alltså realt konstant över tid, men skrivs upp med priset för offentlig konsumtionen över tiden. Notera att livscykelprofilen för offentlig konsumtion antas vara konstant över livscykeln.

Den icke-åldersspecifika offentliga konsumtionen $CFix_t^g$ beräknas som

$$CFix_t^g = Y_{sy} \frac{P_t^g}{P_{sy}^g} \frac{N_t}{N_{sy}} CsFix^g \tag{1.36}$$

där $CsFix^g$ anger den offentliga konsumtionen som andel av BNP.

1.4.2.5 *Investeringar*

De offentliga investeringarna, I_t^g, antas utgöra en fast andel av BNP, $IsFix^g$, det vill säga

$$I_t^g = Y_t IsFix^g \tag{1.37}$$

där $IsFix^g$ anger de offentliga investeringar som andel av produktionen. Notera att $IsFix^g$ antas vara konstant över tid.

1.4.3 Ålderspensionssystemet

Ålderspensionssystemets är ett avgiftsbestämt pensionssystem som inte är fullt fonderad (ett sk *notional defined contribution* system). Sektorns inkomster och utgifter modelleras med utgångspunkt i de gällande reglerna och det antas att alla kohorter omfattas av samma regler. [9]

Ålderspensionssystemets intertemporala budgetvillkor ges av

$$ND_t^{ndc} = (1 + r^{ps})ND_t^{ndc} - PB_t^{ndc} \tag{1.38}$$

där ND_t^{ndc} är sektorns nettoskuld vid slutet av år t och $PB_t^{ndc} = Tx_t^{ndc} - P_t^{ndc}$ är sektorns primära sparande år t.

1.4.3.1 Tillgångar och skulder

I syfte att kunna redovisa den offentliga sektorns konsoliderade bruttoskuld måste ålderspensionssystemets skulder, tillgångar samt tillgångar placerade i svenska statsobligationer beräknas.

För enkelhetens skull antas det att bruttoskulden, D_t^{ndc}, är positiv och tillgångarna, A_t^{ndc}, noll om nettoskulden är positiv, medan det omvända gäller om nettoskulden är negativ, dvs. $D_t^{ndc} = max\{ND_t^{ndc}, 0\}$ och $A_t^{ndc} = max\{-ND_t^{ndc}, 0\}$. En av variablerna, tillgångarna eller skulderna, är alltså alltid noll.[10]

Tillgångarna placerade i svenska statsobligationer benämns AGB_t^{ndc} och beräknas som en andel, $AGBs^{ndc}$, av de totala tillgångarna. Tillgångarna i statsobligationer kan dock inte överstiga stat- och kommunsektorns bruttoskuld eller vara negativ. Detta kan uttryckas som:

$$AGB_t^{ndc} = \max\{0, \min\{AGBs^{ndc} \cdot A_t^{ndc}, ND_t^g\}\} \tag{1.39}$$

1.4.3.2 Avgiftsinkomster

Ålderspensionssystemets primära inkomster, Tx_t^{ndc}, utgörs av de pensionsavgifter som betalas av hushållen och ges av

$$Tx_t^{ndc} = \tau^{ndc} \sum_{k=1}^{2} \sum_{i=0}^{106} w_t e_{tik} l_{tik} N_{tik} \tag{1.40}$$

[9] Modellen baserar sig på de regler som gäller för personer som är födda 1938 och senare. För personer födda 1937 och tidigare gäller andra regler.

[10] Bruttoskulden i ålderspensionssystemet har sedan 2008 legat nära noll procent av BNP.

1.4.3.3 Pensionsutbetalningar och pensionsbehållningar

De primära utgifterna utgörs av de pensioner, P_t^{ndc}, som betalas ut till hushållen, dvs.

$$P_t^{ndc} = \sum_{k=1}^{2} \sum_{i=16}^{106} p_{tik}^{ndc} N_{tik} \tag{1.41}$$

där p_{tik}^{ndc} anger pensionsutbetalningarna år t till en person i åldern i och av könet k.

Pensionsutbetalningarna, p_{tik}^{ndc}, beräknas utifrån pensionsbehållningarna, a_{tik}^{ndc}, tillsammans med ett antal indexeringsregler. Pensionsbehållningen baserar sig på de pensionsrättigheter individen tjänat in under arbetslivet. Pensionsrätten för ett enskilt år motsvaras av de inbetalda pensionsavgifterna $\tau^{ndc} w_t e_{tik} l_{tik}$. Fram till pensioneringstillfället följer ålderspensionsbehållningarna den dynamiska ekvationen

$$a_{tik}^{ndc} = a_{t-1,i-1,k}^{ndc} \frac{1+\mu_t}{s_{ti}^{ndc}} + \tau^{ndc} w_t e_{tik} l_{tik} \tag{1.42}$$

där initialvärdet på pensionsbehållningen är noll, $a_{t-1,15-1,k}^{ndc} = 0$, och μ_t är den genomsnittliga löneutvecklingen över tid.11 Pensionsbehållningar från avlidna tillfaller personer i samma kohort som den avlidna. Denna så kallade arvsvinst beräknas som den relativa förändringen i kohortens storlek mellan år t-1 och t, $s_{ti}^{ndc} = \frac{N_{ti1}+N_{ti2}}{N_{t-1,i-1,1}+N_{t-1,i-1,2}}$.12 Individens pensionsbehållning i ett givet år består därmed av pensionstillgångarna närmast föregående år justerat med ekonomins lönetillväxt och arvsvinst samt de inbetalningar som gjorts till ålderspensionssystemet innevarande period.

När individen vid tidpunkt $t = s$ och åldern $i = h$ går i pension beräknas en ingångspension, p_{shk}^{ndc}. Denna beräknas som ålderspensionsbehållningen vid pensioneringen, a_{shk}^{ndc}, dividerat med ett delningstal, d_{sh}^{ndc}:

$$p_{shk}^{ndc} = \frac{a_{shk}^{ndc}}{d_{sh}^{ndc}} \tag{1.43}$$

Delningstalet, som härleds i appendix A1.3, säkrar att nuvärdet av de förväntade pensionsutbetalningarna är lika stora som pensionsbehållningen vid pensioneringstillfället. Det speglar därmed kohortens förväntade återstående livslängd vid pensioneringstidpunkten,

---

[11] I modellen approximeras detta med den procentuella förändringen i w_t och motsvarar *inkomstindex* i det svenska pensionssystemet.

[12] Beräkningen följer i stora drag de principer för beräkning av *arvsvinstfaktorer* som används i det svenska pensionssystemet.

de förväntade arvsvinster samt de indexeringsregler som gäller under åren efter pensionering.

Efter första året som pensionär, $i > h$, beräknas pensionsutbetalningarna enligt

$$p_{tik}^{ndc} = p_{shk}^{ndc}\left(\prod_{j=s+1}^{t}\frac{1+\mu_j}{1+norm}\right)\forall\, i > h \tag{1.44}$$

där μ_j anger lönetillväxten år j och *norm* är en justeringsfaktor som dämpar tillväxten i pensionerna relativt till lönetillväxten i ekonomin. Justeringsfaktorn, den s.k. tillväxtnormen, uppgår till 1,6 procent i det svenska pensionssystemet. Ekvation (1.44) innebär att de utbetalda pensionerna är konstanta över tid vid en lönetillväxt om 1,6 procent. Om lönetillväxten däremot skiljer sig från 1,6 procent justeras pensionerna med skillnaden mellan lönetillväxten och tillväxtnormen.[13]

Det bör noteras att ålderspensionssystemet inte nödvändigtvis är internt hållbart, dvs. att nettoskulden inte nödvändigtvis är lika med nuvärdet av inbetalningarna till ålderspensionssystemet minus nuvärdet av pensionsutbetalningarna. Anledningarna till detta är att (i) vid beräkningen av delningstalet beräknas de förväntade pensionsutbetalningarna utifrån *historiska* överlevnadssannolikheter[14] snarare än framåtblickande (prognos/faktiska) överlevnadssannolikheter; med ökande överlevnadssannolikheter bland pensionärer innebär det att p_{shk}^{ndc} och därmed pensionsutbetalningarna blir högre än om framåtblickande överlevnadssannolikheter använts; (ii) arvsvinstfaktorn s_{ti}^{ndc} är genomsnittet i kohorten och alltså oberoende av kön, vilket innebär att en omfördelning av pensionsbehållningar sker från avlidna män till överlevande kvinnor (eftersom kvinnor lever längre än män); detta kan innebära att pensionsutbetalningarna blir högre eller lägre än vad de annars skulle varit i ett aktuariskt rättvist system; (iii) tillgångarna (och finansiella skulder) i systemet förräntas med räntan r^{ps} medan pensionsbehållningarna förräntas med lönetillväxten, μ_t, som är lägre än räntan. Dessa tre effekter går åt olika håll och vilken av dessa effekter som dominerar beror på de antaganden som görs om de olika parametrarna.

[13] Denna typ av indexering kallas *följsamhetsindexering* i det svenska pensionssystemet. Detta kan jämföras med en situation där pensionerna enbart indexeras med lönetillväxten, dvs där $norm = 0$. Om $norm > 0$ innebär det, tillsammans med delningstalet, att pensionen blir högre vid pensioneringstillfället men ökar långsammare. Pensionärer får alltså förskott på den framtida tillväxten.

[14] I praktiken används ett genomsnitt över de senaste fem åren innan pensioneringstidpunkten.

1.5 Premiepensionssystemet

Premiepensionssystemet är ett fullt fonderat pensionssystem. Sektorns inkomster och utgifter modelleras med utgångspunkt i de gällande reglerna och det antas att alla kohorter omfattas av samma regler.[15]

Premiepensionssystemets intertemporala budgetvillkor ges av

$$A_t^{dc} = A_{t-1}^{dc}(1+r) + PB_t^{dc} \tag{1.45}$$

där $A_t^{dc} \geq 0$ anger sektorns tillgångar vid slutet av år t och $PB_t^{dc} = Tx_t^{dc} - P_t^{dc}$ är sektorns primära finansiella sparande. Notera att det antas att det inte finns någon bruttoskuld i premiepensionssystemet eftersom det är ett fullt fonderat system. Kapitalet i premiepensionssystemet investeras på den internationella kapitalmarknaden som ger avkastning *r*.

1.5.1.1 Avgiftsinkomster

Premiepensionssystemets primära inkomster utgörs av de premiepensionsavgifter, Tx_t^{dc}, som betalas av hushållen. Avgifterna betalas på arbetsinkomsten och ges av

$$Tx_t^{dc} = \tau^{dc} \sum_{k=1}^{2} \sum_{i=0}^{106} w_t e_{tik} l_{tik} N_{tik} \tag{1.46}$$

1.5.1.2 Pensionsutbetalningar och pensionsbehållningar

De primära utgifterna utgörs av de pensioner, P_t^{dc}, som betalas ut till hushållen

$$P_t^{dc} = \sum_{k=1}^{2} \sum_{i=0}^{106} p_{tik}^{dc} N_{tik} \tag{1.47}$$

där p_{tik}^{dc} anger pensionsutbetalningarna år t till en person i åldern i och av könet *k*.

Pensionsutbetalningarna i ett givet år, p_{tik}^{dc}, beräknas utifrån individens pensionskapital, a_{tik}^{dc}, tillsammans med den förväntade framtida avkastningen. Pensionskapitalet innan pensionering, $i < h$ följer den dynamiska ekvationen

$$a_{tik}^{dc} = a_{t-1,i-1,k}^{dc} \frac{1+r_t}{s_{ti}^{dc}} + \tau^{dc} w_t e_{tik} l_{tik}, \quad i < h \tag{1.48}$$

---

[15] Modellen baserar sig på de regler som gäller för personer som är födda 1938 och senare. För personer födda 1937 och tidigare gäller andra regler.

där $s_{ti}^{dc} = \frac{\sum_k N_{t,i,k} a_{t-1,i-1,k}^{dc}}{\sum_k N_{t-1,i-1,k} a_{t-1,i-1,k}^{dc}}$ bestämmer kohortens arvsvinst. Individens pensionsbehållning i ett givet år består därmed av pensionskapitalet närmast föregående år justerat med ränteavkastning, arvsvinst samt de inbetalningar som gjorts till premiepensionssystemet innevarande period. Förutom skattesatsen, τ^{dc}, skiljer ekvation (1.48) sig ifrån motsvarande ekvation i ålderspensionssystemet (1.42) genom (i) att pensionskapitalet förräntas med räntan, r_t, snarare än löneutvecklingen, μ_t, samt (ii) att arvsvinsten baseras på kohortens samlade pensionskapital och inte enbart överlevnadssannolikheterna.

När individen vid tidpunkt $t = s$ och åldern $i = h$ går i pension beräknas en fast annuitet, p_{tik}^{dc}, över den återstående livscykeln. Pensionskapitalet efter pensionering följer den dynamiska ekvationen

$$a_{tik}^{dc} = a_{t-1,i-1,k}^{dc} \frac{1+r_t}{s_{ti}^{dc}} - p_{tik}^{dc}, \quad i \geq h \tag{1.49}$$

där den utgående pensionen beräknas som premiepensionskapitalet vid pensioneringen, a_{shk}^{dc}, dividerat med ett delningstal, d_{sh}^{dc}:

$$p_{tik}^{dc} = \frac{a_{shk}^{dc}}{d_{sh}^{dc}}, \qquad t \geq s \; och \; i \geq h \tag{1.50}$$

Delningstalet, som härleds i appendix A1.2, säkrar att nuvärdet av de förväntade pensionsutbetalningarna är lika stora som pensionsbehållningen vid pensioneringstillfället. Det speglar därmed kohortens förväntade återstående livslängd vid pensioneringstidpunkten, den förväntade framtida ränteavkastning på pensionskapitalet samt de arvsvinster som förväntas tillskrivas under åren efter pensioneringstidpunkten. Det bör noteras att arvsvinsterna, och därmed även delningstalet, är beroende av hela kohortens premiepensionskapital (se appendix A1.3). Delningstalet tillsammans med ekvationerna (1.49) och (1.50) säkrar att kohortens pensionskapital är förbrukat när kohorten dör ut, $a_{106,k}^{dc} = 0$. Det säkrar därmed också att premiepensionssystemet är intern hållbart på lång sikt.

1.6 Utlandssektorn

Sverige är en liten öppen ekonomi och det antas att de svenska hushållens och företagens agerande inte har någon påverkan på priserna på de globala marknaderna. Vidare antas det att inhemska och utländska tillgångar är perfekta substitut för placering av hushållens sparande. Detta innebär att avkastningen på kapital, r, är exogent givet för Sverige.

Hushållens tillgångar i form av privat sparande och tillgångar i premiepensionssystemet placeras i första hand i Sverige som produktionskapital eller som placeringar i statsobligationer. Eventuella kvarvarande tillgångar placeras utomlands. De svenska nettotillgångarna i utlandet, A_t^F, kan därmed beräknas som

$$A_t^F = A_t^{dc} + A_t^H - K_{t-1} - ND_t^{PS} \tag{1.51}$$

Bytesbalansen, CA_t, ges av

$$CA_t = A_t^F - A_{t-1}^F \tag{1.52}$$

Handelsbalansen, BT_t, beräknas som den totala produktionen i ekonomin minus konsumtionen och investeringarna.

$$BT_t = Y_t - C_t - C_t^g/(1 + \tau^{cg}) - I_t - I_t^g \tag{1.53}$$